1.Introduction

PN(Proportional Navigation)은 단순함에도 불구하고 60년의 성공적인 역사를 가지고 있습니다 [1–4]. PN에서 조준선(LOS)에 수직인 명령된 가속도는 LOS 비율에 비례합니다. LOS에 수직인 작은 편차 가정 하에서, 선형 수학 모델은 Kinematics에서 시간 변화 이득을, dynamics에서 미사일 전달 함수를, 이중 적분기를 갖는 피드백 루프로 구성됩니다. Time to go의 역수인 이득은 종단에서 0 멀리 떨어진 곳에서 무한대까지 걸쳐 있습니다. PN에 관한 많은 정량적 결과가 [1] 존재하지만 정성적으로 수행된 것은 거의 없습니다. 유한 시간 안정성이 논의되는 [5–7]은 예외적입니다. 유한 시간 안정성에서 우리는 상태 공간에서 양의 2차 형태의 의미로 어떤 거리는 시간에 따라 감소한다는 것을 의미합니다. 종단 유한 시간 안정성이 충분히 보장되지 않는 것으로 나타났습니다. 실제로 미스 거리가 충분히 작고 0이 아닐때, LOS 비율은 무한대가 되는 경향이 있다 그래서 이러한 2차 형태는 종단 전에 발산합니다. 이는 LOS 비율이 무한대가 되는 경향이 있지만 미스 거리는 유한 상태를 유지한다고 강조합니다. 이것은 PN과 관련하여 유한 시간 안정성의 개념이 재검토되어야 함을 시사합니다. 본 노트에서는 미스 거리와 안정성이 연결되어 있지만 [5]와 달리 adjoint 시스템의 안정성이 연구됩니다. 그 이유는 두 가지입니다. 첫째, PN 순방향 시뮬레이션이 가는 특정 시간 동안 미스 거리를 생성하는 동안, 단일 어드조인트 시뮬레이션이 가는 모든 시간 동안 미스 거리를 생성합니다. 둘째, 미스 거리는 어드조인트 시스템과 특별한 관련이 있습니다. 특히 임의의 경계 회피 이동에 의해 유도되는 최악의 미스 거리는 어드조인트 루프의 특정 상태의 시간 적분 절대값에 비례합니다. 따라서 무한 시간 적분이 수렴하려면 지수적 안정성이 필요합니다. 다르게 말하면, 인접 점근적 안정성이 보장되지 않으면 경계 회피 기동이 충분히 일찍 기동을 시작함으로써 임의의 큰 미스 거리를 강제할 수 있습니다. 가벼운 조건에서는 인접 시스템이 기하급수적으로 안정되고 결과적으로 최악의 미스가 무한 비행 시간에 걸쳐 제한된다는 것을 보여줍니다.

2. System Models

평면상에서 움직이는 두 물체, 즉 미사일 M과 목표물 T의 충돌을 생각해 보자. 기본적으로 이 물체들의 운동학은 비선형적이다. 그러나 LOS에 수직으로 앞의 운동을 선형화하는 것이 일반적인 관례이다. 이를 위해 M과 T가 충돌 지점 C를 향해 일정한 속도와 방향으로 움직이는 공칭 충돌 삼각형을 생각해 보자. 우리는 공칭 LOS를 따라 가까워지는 속도 =는 양이고 대략 일정하다고 가정한다. LOS에 수직인 방향에서 목표물은 횡방향 가속도 로 기동하고, 미사일은 횡방향 가속도 로 기동한다. 이 충돌에서 우리는 미사일이 고전적인 선형 전략 PN을 사용하고, 목표물은 미스 거리를 최대화하기 위해 유계 기동 를 사용한다고 가정한다. 수학적 모델을 추출하기 위해, VM과 VT가 속도 벡터 (일정한 크기를 갖는)이고, 근사가 초기 LOS에 수직인 그림 1을 생각해 보자. 우리는 가는 시간을 := - t로 정의하고, 여기서 는 마지막 시간이고, LOS를 따라 범위 R이 nominal 관계를 만족한다고 가정한다

폰트, 텍스트, 타이포그래피, 서예이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

그림 2는 Kinematics와 미사일 dynamics를 설명합니다. , 은 두 물체간의 거리를 LOS에 정사되어 있다. , 미사일 dynamics는 전달함수나 다음식으로 묘사되어 있다.

텍스트, 폰트, 화이트, 라인이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

x를 ’라고 하자. 이상적인 타겟이라고 했을 때 우리는 다음 선형식을 얻는다.



폰트, 텍스트, 타이포그래피, 디자인이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

우리는 PN을 적용한다. 미사일 명령 횡방향 가속 가 LOS 비율에 비례한다.



텍스트, 도표, 라인이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

여기서 N’은 항법 게인이고, 는 기준 프레임에서 LOS 방향이고 이라고 정의한다. 이 유도 법칙을 적용하면 그림 3a에 제시된 폐루프 블록도를 그릴 수 있다. 이 구현은 미분기를 포함하고 있다는 것에 주목하라. (최적의 제어 분석과 같은 목적으로) 상태 공간에서 유도 방정식을 제시할 수 있기 위해, 우리는 다음에 따라 도함수를 취합니다

폰트, 텍스트, 라인, 화이트이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

그림 3b에 해당 블록도를 제시합니다. 그림 3b의 또 다른 단순화는 다음과 같은 사실을 사용하여 이루어질 수 있습니다

폰트, 텍스트, 친필, 화이트이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

그림 3d에서 이것이 구현되어있다. 이 경우 미스 거리를 얻기 위해 출력을 두 번 적분해야 합니다. 그림 3a, 3b 및 3d는 동등합니다. 중요한 특수한 경우, N’가 상수인 경우, 그림 3c는 그림 3a의 단순화된 버전을 나타냅니다. 이 모든 다이어그램에서 유일한 입력은 알려지지 않은 결정론적 함수로 간주되는 제한된 타겟 이동입니다. 본 참고에서 우리는 측정 노이즈의 영향을 무시할 것입니다. 따라서 상수 라는 가정은 블록 다이어그램에서 미스 거리 계산으로부터 를 제거하는 것을 가능하게 합니다.

3. Worst Miss Distance

유계함수(bounded function): 모든 함수값의 절대값이 일정한 수보다 작은 함수

이 절에서 우리는 타겟 이동이 임의의 유계 함수라는 가정하에 최악의 미스 거리를 찾습니다. 최악의 미스 거리와 해당 타겟 이동은 인접 시스템 기술을 사용하여 찾을 수 있습니다. 미스 거리에 대한 고전적인 인접 접근법이 step 타겟 이동 [1]을 다루는 반면, 우리는 최악의 유계 타겟 이동에 대한 확장이 앞으로 다 나아감을 보여줍니다. 를 시간 t에서 선형 시스템이 시간 에서의 impulse에 대한 response라고 하자.를 시간에서 시간 에서의 impulse에 대한 인접시스템의 response라고 하자. 그러면 =이다. 결과적으로 시간에서 =이다. 그러나 convolution을 사용하면 우리는 다음 response를 얻는다.

폰트, 타이포그래피, 텍스트, 서예이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

이기 때문에 다음을 이끌어낸다.

텍스트, 폰트, 친필, 서예이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

를 정의하며, tgo역할을 한다. 마침내

폰트, 타이포그래피, 텍스트, 화이트이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

최악(최대) 미스 거리는

텍스트, 폰트, 화이트, 서예이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

부등식의 선상에서 upper bound를 만들어내는 타겟 이동은 다음을 만족한다.



결과를 보자면, 이 조건에서

그림 4a-4c 다이어그램은 그림3b-3d의 인접시스템을 묘사한 것이다. 각 인접의 출력을 그림 로 가리키면서, 은 의 steady state 값이다. 상수N’에서 그림3의 모든 항법 루프의 모든 것은 같기 때문에 과 는 그림 4의 구현 모든것에서 동등하다. 미분 게임 접근법의 특별한 경우가 사용되는 [8]과 달리, 여기서는 고전적인 인접 접근법을 취합니다. 1차 에 대한 의 일반적인 함수는 그림 5에 나와 있습니다. 기준 함수로서 우리는 스텝 목표 기동을 위한 민감도 함수 를 나타내는 점선을 구성했습니다.

4. Adjoint System Stability

유도 시스템은 유한 시간 구간에서 작동합니다. 따라서, 일부 특정 비행 시간 에 대해, 이전 절에서 제시된 어드조인트 방법을 사용하여 최적의 이동하는 타겟에 의해 생성된 해당 미스 거리 를 얻을 수 있습니다. [5]에서 유도 루프의 유한 시간 안정성에 대한 충분한 조건을 얻었습니다. 이러한 점에서, 유한 시간 안정성은 시스템의 특정 2차 형태가 시간에 따라 감소한다는 것을 의미합니다. 유도 루프와 안정성을 연관시키는 동기는 "시스템 안정성과 미스 거리 사이에 강한 관계가 있다는 기본 가정"에 기초합니다. 불행하게도, 그러한 안정성은 전체 시간 구간에 대해 보존되지 않습니다. 그러나 이전 절에서 미스 거리에 대해 명시적인 함수가 제시되었기 때문에 유한 시간 안정성은 중복됩니다. 반면, 어떤 비행 시간에 대해 최악의 미스 거리 을 얻기 위해, 함수는 확실한 정상 상태 값으로 수렴해야 합니다. 정상 상태 값이 없는 경우, 목표물은 충돌로부터 충분히 멀리 조종함으로써 원하는 미스 거리를 얻을 수 있습니다. 따라서, 우리는 무한 시간 간격에 걸쳐 어드조인트 유도 루프의 안정성을 위한 충분한 조건을 모색합니다. [5]에서 분석이 순방향 루프에서 구현되는 동안, 여기서 어드조인트 루프가 사용되고 있습니다. 특히 가 의 절대값의 적분이기 때문에 우리는 그림4의 의 움직임에 관심이 있다. 가 무한대로 갈때, 의 발산을 피하기 위해 가 0으로 수렴할 필요가 있다.

그림4c에서 묘사된 시스템을 보자면, 의 부호는 다음에서 얻어진다.

폰트, 텍스트, 라인, 화이트이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

라플라스 역변환은 tgo에서 역변환이다.

폰트, 친필, 텍스트, 화이트이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

이것을 이용하여

폰트, 텍스트, 라인, 타이포그래피이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

다음을 이끌어낸다.

라고 관계를 대체할 때

폰트, 텍스트, 화이트, 라인이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

다음 inverse 라플라스하면

폰트, 텍스트, 친필, 서예이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

폰트, 텍스트, 라인, 화이트이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

마지막 결과는 Fig. 6의 블록도에 기술되어 있습니다. 이것은 [5]에 기술된 시스템에 대한 adjoint입니다. Fig. 6의 블록선도를 사용하는 것은 우리가 관심이 있는 안정성 분석에 편리합니다. 그러나 이 다이어그램은 그림 4와 같은 초기 조건을 포함하지 않는데, 이는 라플라스 도메인으로의 변환과 루프에서 을 제거하는 동안 초기 조건이 손실되었기 때문입니다. 대신 H(s)의 적분기의 임의의 초기 조건이 루프 구동력으로 사용될 것입니다. 이는 다시 식 (11)을 참조하여 오른쪽을 로 대체함으로써 입증될 수 있습니다. 역 라플라스 변환을 작동시킴으로써 얻을 수 있습니다

폰트, 타이포그래피, 친필, 서예이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

텍스트, 도표, 폰트, 스크린샷이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

는 H(s) 적분기에서 초기 조건 대신에 구동되는 힘이다. C는 상수이다. 독자는 특정 초기 조건이 그림 4의 원래 시스템에서 발생할 , , 의 실제 신호를 제공하는지 확인할 수 있습니다. 따라서 이 특정 초기 조건으로 우리는 하나의 다이어그램에서 모든 신호를 얻을 수 있습니다.

그림 6에 묘사된 시스템은 선형 시간 변형이다. 이 시스템의 시간 변형 요소는 피드백 게인인 1/이다. 선형 시간 변형 시스템에서, 점근적 안정성과 bounded 입력 bounded 출력(BIBO) 안정성은 동일합니다. 식 12에서, 유한한 동안 우리는 가 0으로 갈 때, 는 기하급수적으로 무한대로 간다는 것을 확실히 할 필요가 있다. 그리고 BIBO 안정성에서 우리는 가 유한한 탈출시간을 경험하지 않는다는 것을 확실히 할 필요가 있다.

이제부터 우리는 미사일 서보로 인해 야기된 적절한 을 가정할 것입니다.

그러므로

폰트, 텍스트, 라인, 화이트이(가) 표시된 사진

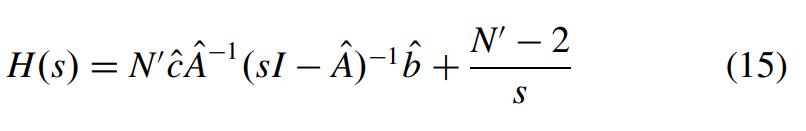
자동 생성된 설명

우리는 [5,10]에 사용된 몇 가지 수학적 성질을 채택합니다.

텍스트, 폰트, 스크린샷, 문서이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

유도 시스템에서 우리는 autopilot이 이상적인 추적을 위해 설계되었다고 가정하고, 이것은 과 같이 밝혀집니다. 그러므로



H(s)를 현실화는 다음과 같이 찾아졌습니다.

텍스트, 폰트, 도표, 타이포그래피이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

이 노트의 주요 결과는 다음과 같습니다.

텍스트, 폰트, 스크린샷, 번호이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

이제 이 부분에 대해 자세히 설명하겠습니다.

1) 이전에서도 말했듯이, 그림 6 적분기에서 초기조건을 선택하는 것은 가능하다. 이라고 할 수 있다. 그러므로 그림 6에서 만들어진 은 그림 4a-4c에서 만들어진 과 동일하다. 특히 그림 4c에 있는 를 묘사하는 것은 편리하다. 이 시스템은 상태 미분 방적식으로 묘사될 수 있다.

폰트, 텍스트, 라인, 타이포그래피이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

폰트, 텍스트, 친필, 화이트이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

으로 가정하고, 매트릭스 형태로 다시 쓰면 우리는 일 때 선형 미분 방정식을 얻을 수 있다.

폰트, 텍스트, 라인, 타이포그래피이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

먼저 구간 [0,]에서 보자. 일때, 인접 시스템(17)의 singularity때문에 우리는 만약 답이 작은 에서 존재한다면 답이 origin에 존재한다고 볼 수 있다. 일때, 이다. 게다가 일때, 우리는 다음을 얻는다.

텍스트, 폰트, 라인, 도표이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

분명히, 이 미분식은 bound된다. 그러므로 충분히 작은 구간 [0,]에서 우리는 라고 할 수 있다. 다음은 구간[을 보자. 이 구간에서 식 (17)은 시간에 연속된 계수를 갖는 선형 미분 방정식입니다. [11]의 정리 5.2.1에 따르면, 이 방정식은 독특한 해를 가지며, 다시 말해, 시스템 (11)은 유한한 탈출 시간을 갖지 않습니다.

2) Let D(a,b)를 복소수 평면에서 중심이 –(b+a)/2ab에 있고, 반지름이 (b-a)/2ab인 닫힌 원반이라고 생각해보자(0<a<b). f(t,y)은 [a,b] 부분에 속하는 비선형 시간 변형 함수라고 가정하자. 원 기준[10,12]에 따라 최소 구현으로 얻은 H(s) 전달함수를 갖는 자유 시스템과 [a,b]부분에 속하는 비선형 시간 변형 negative feedback f(t,y)는 전체적으로 exponentially 안정적이다. 만약 H(jw)의 그래프가 바깥에 있고, disk D(a,b) 밖에 경계되었을 경우. 또한 그래프는 D(a, b)를 반시계 방향으로 정확히 r번 둘러싸는데, 여기서 r은 H(s)의 +의 realpart pole의 개수입니다. 이 경우, f(t,y)요소는 선형 시간 변형 함수 이다. (4)가정에 의해 (는 제어 가능하며, (는 관찰가능하다. 또한 (5)가정은 를 말한다. 그러므로 (16)방정식으로 인해, H(s)의 제어가능성 행렬과 그것의 관찰가능성 행렬은 모두 full rank이다. 그리고 H(s)의 realization는 최소이다. H(s)가 적절한 type 1 전달함수이고, open right half complex plain에서 pole이 없다는 것을 떠올려라. 게다가 우리는 조건을 가지고 있다. 그러므로 방정식(16)에서 쉽게 볼 수 있듯이, deg이다. Type1 시스템에서 polar plot은 에서 까지 시계방향으로 무한한 반지름으로 연결되어 w의 negative 값으로 완성되었다. 그러므로 한 유한한 스칼라 l이 존재한다. . , 그래서 . 원 기준에 그래프적 상태를 만족시키기 위해 우리는 disc D(a,b)를 Re[s]=-l 선 옆에 두었다. 특히 l=1/b를 골랐고, a가 0으로 간다고 하자. 그림 7에 묘사되었다. 그 원 기준은 시간 간격(l,)을 만족되었다. 그러므로 그림 6의 시스템은 시간 간격(l,)에서 exponentially 안정적이다. 이것은 상수 k, 가 존재한다는 것을 의미한다.

3) 그림 4c에 시스템의 결과는 간격[0,l]에서 bound 되기 때문에, 그림 6의 시스템에서도 bounded 된다. 그러므로 상수 가 존재한다.

결과: 이전의 이론의 상태아래 miss distance는 무한한 지평선을 넘어가 bound 된다.

증거:

5. Conclusions

비례 항법으로 유도된 미사일에 대한 유계 타겟 이동으로 인한 미스 거리는 매우 중요합니다. 이 최악의 기동은 bang-bang stairs 함수입니다. 우리는 목표가 가능한 최악의 기동을 수행할 것으로 예상하지 않지만, 그럼에도 불구하고 근사화된 최악의 기동은 유해한 미스 거리를 유도할 수 있습니다. 최악의 목표 기동은 미스 민감도 함수에 대한 우리의 관점을 바꿉니다. 우리는 더 이상 스텝 기동의 경우와 같이 시간이 지남에 따라 0에 접근하는 함수를 다루지 않습니다. 대신, 각 스텝 기동으로 미스 누적을 나타내는 단조롭게 증가하는 함수를 가집니다. 현재 참고에서 나타낸 바와 같이, 가벼운 조건에서는 인접 시스템의 점근적 안정성이 보장되고, 다시 말해서 비행 시간에 관계없이 제한된 미스 거리를 의미합니다. 실질적으로, 그것은 최악의 미스가 미사일 전달 함수 pole에 따라 수렴한다는 것을 의미합니다.